

Третій (фінальний) етап.

11 клас.

Задача 1. «Розминка-солянка»

1.1. «Хвильовий тиск»

Відомо, що жорстке електромагнітне випромінювання (наприклад, рентгенівське) може проходити крізь шар металу. Нехай плоска лінійно поляризована електромагнітна хвиля падає нормально (рис.1) на закріплену нерухомо металеву пластинку товщиною h (h набагато більше довжини хвилі) з питомим опором $\rho_{\text{ел}}$ та викликає в ній появу електричних струмів. Амплітудне значення напруженості електричного поля дорівнює E , а магнітної індукції B . Нехтуючи відбиванням енергії, крайовими ефектами та вторинним випромінюванням струмів, та вважаючи затухання хвилі невеликим, визначте **середній тиск** з боку електромагнітної хвилі на пластинку.

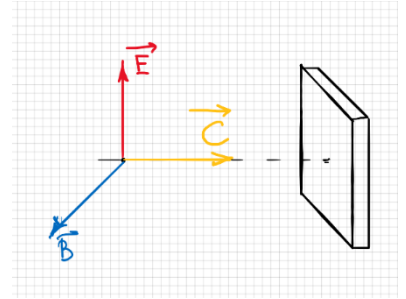


Рис.1

1.2 «Магнітний годинник»

Стрілки циферблата годинника та його обід виконано з металевого дроту з однакового матеріалу. Хвилинна та годинна стрілки мають однакову довжину $L = 9,00$ см, що є радіусом циферблату, рухаються плавно (без ривків) і дотикаються до обода. Усі контакти ідеальні. На годинній стрілці міститься маленька лампочка нехтовно малого опору, яка світитися, якщо струм, що проходить через неї, перевищує $0,9$ А, і гасне, якщо струм стає меншим, ніж $0,9$ А. **Покажіть вид графіку** (вказіть на ньому характерні значення часу) залежності сили струму у лампочці від часу протягом доби, починаючи від опівночі, якщо годинник помістити в однорідне магнітне поле індукцією $B = 480$ мТл, силові лінії якого перпендикулярні площині годинника (рис. 2). Опір одиниці довжини дроту, з якого виготовлені стрілки та обід, $\lambda = 1,57 \cdot 10^{-5}$ Ом/м. Визначте, **скільки часу** світитиметься лампочка протягом доби. Вважайте $\pi = 3,14$.

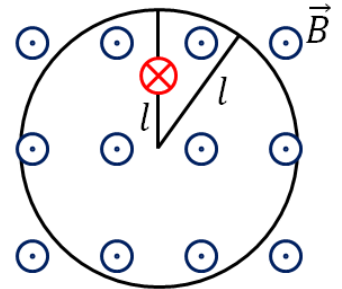


Рис.2.

1.3 «Вгору по стінці»

Деякі рідини здатні підійматись по стінкам посудин значно вище, ніж це дозволяє їх коефіцієнт поверхневого натягу. Оцінити цей ефект можна, розглянувши взаємодію між атомами рідини та атомами стінки посудини. Для моделювання взаємодії одного атома стінки із атомом рідини добре підходить формула Ленарда-Джонса: $U(r) = \frac{\alpha}{r^{12}} - \frac{\beta}{r^6}$, де $U(r)$ – функція залежності енергії взаємодії від відстані між атомами, $\alpha = 53 \cdot 10^{-139}$ Дж* м¹², $\beta = 0.73 \cdot 10^{-80}$ Дж* м⁶. $g=9.8$ м/с².

Вважати, що енергія взаємодії атома рідини зі стінкою набагато більше за енергію його взаємодії з іншими атомами рідини. Для зручності, враховувати взаємодію лише найближчих атомів. Маса атому рідини $m=66 \cdot 10^{-27}$ кг. **Оцініть**, якої висоти зможе дістатися хоч якась частина рідини.

Оцініть, який коефіцієнт поверхневого натягу має мати рідина, щоб її меніск доходив до такої висоти. Проаналізуйте відповідь на адекватність. Така оцінка буде непогано працювати для дуже багатьох рідин. **Вкажіть** можливі причини того, чому, наприклад, для звичайної води не спостерігається такої її поведінки при контакті зі стінкою посудин, в яких вона зберігається. Коефіцієнт поверхневого натягу води за температури 20 °С дорівнює 73 мН/м.

Задача 2. «Фотони-електрони»

2.1. Проходження світла через зони з різними показниками заломлення є достатньо відомою оптичною задачею. Одним з її результатів є той факт, що при нормальному падінні променів на межу двох прозорих середовищ з різними показниками заломлення, частина світлової енергії відбивається. Енергетичний коефіцієнт відбивання світла при цьому може бути розрахований наступним чином:

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2, \text{ де } n_2, n_1 - \text{показники заломлення середовищ по різні сторони від поверхні}$$

розділу. Цікаво, що аналогічну теорію можна застосувати й до потоку електронів.

Уявіть, що в нескінченній області з потенціалом $\varphi_1 = 16,58$ В знаходиться плоскопаралельна область кінцевої товщини з потенціалом $\varphi_2 = 15,00$ В (рис. 3). Пучок електронів падає нормально на цю плоскопаралельну область зі швидкістю $V_1 = 10^6$ м/с. Визначте, **яка частина електронів пройде** крізь область з потенціалом φ_2 . Вважайте, що ймовірність зіткнення електронів між собою вкрай мала, кулонівською взаємодією між електронами знехтуйте, інтерференційні ефекти не враховуйте. Заряд електрону $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, маса електрону $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

2.2 Відомо, що мінімальний розмір предметів, які можуть бути розрізненими за допомогою мікроскопу, має значення дуже близьке до довжини хвиль, що використовуються при дослідженнях. Наприклад, для оптичних мікроскопів значення цієї довжини хвилі можна для зручності вважати рівним 500 нм.

Для спостережень за більш дрібними об'єктами використовують електронний мікроскоп, який фокусує потоки електронів замість світлових пучків. Історично в основі квантової механіки лежало припущення, що будь-які частинки (навіть ті, що мають масу) можуть виявляти не тільки корпускулярні, але й хвильові властивості. Тобто, кожна частинка ототожнюється із квантом (порцією) енергії. Співвідношення між енергією та імпульсом такого кванту буде таким самим, як і для фотону.

Оцініть, у скільки разів **зміняться розміри найдрібніших предметів**, що можуть бути досліджені за допомогою мікроскопу, якщо замість оптичного мікроскопу використати електронний. Вважайте, що електрони в мікроскопі розганяються зі стану спокою напругою 150 В. Релятивістськими ефектами знехтувати. Стала Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж * с.

2.3. Під час дослідження розрідженого інертного газу його опромінюють електронним пучком, що прискорюється невеликою напругою, яку можна змінювати. У результаті цих досліджень було отримано графік залежності сили струму від прискорюючої напруги.

Графік являє собою послідовність максимумів та мінімумів струму (рис.4). **Перший максимум** струму та **наступний** за ним **мінімум** струму спостерігалися за прискорюючих напруг $U_1 = 1,10$ В та $U_2 = 4,30$ В. Для пояснення цього ефекту можна застосувати наближену модель, в якій:

а) атом – це частина простору, з чіткими межами, потенціал якої різко відрізняється від потенціалу електростатичного поля зовні так, як показано на рис.5;

б) електрон – це хвиля, яка пролітає крізь атом, та якій притаманні хвильові властивості – наприклад інтерференція.

Поясніть наявність мінімумів та максимумів на рис.4 та **розрахуйте ефективний розмір атомів d** цього інертного газу та **значення потенціалу атому φ_a** .

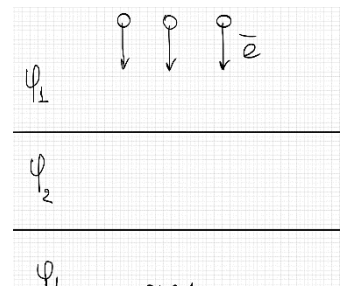


Рис.3.

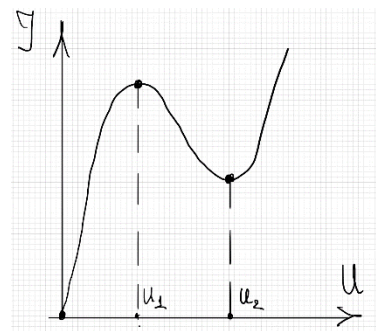


Рис.4.

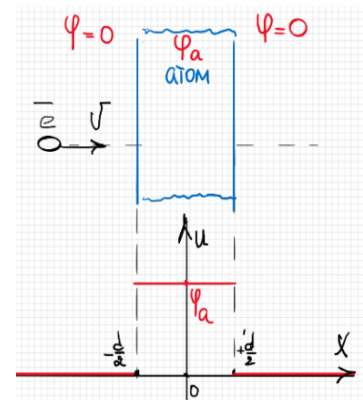


Рис.5

Задача 3. «І знову гравітаційна лінза».

3.1. Фотон пролітає повз зорю з масою M . Головною особливістю гравітаційного поля, як відомо, є той факт, що вона надає однакового прискорення всім тілам. Як наслідок, гравітаційне поле здатне відхилити світлові промені. Використовуючи цей факт та розмірні оцінки, **знайдіть кут α** , на якій повернеться напрям руху фотону.

Вважати, що:

- цей кут дуже малий;
- гравітація істотно впливає на траєкторію лише на ділянці максимального зближення фотону з зорею коли відстань між ними складає R ;
- чисельний коефіцієнт біля виразу дорівнює **4**;
- швидкість фотона дорівнює швидкості світла у вакуумі c .

Примітки:

- для спрощення траєкторію променя можна рисувати у вигляді ламаної;
- якщо Вам не вдалося отримати вираз для кута α , то у наступних пунктах вважайте що він обернено пропорційний до відстані R з деяким відомим коефіцієнтом пропорційності Z .

3.2. Між спостерігачем C та зорею Z на одній прямій знаходиться галактика масою M . Використовуючи результат з попереднього пункту, **поясніть** який вигляд буде мати зірка для цього спостерігача. Знайдіть **кутовий розмір** зображення цієї зірки? Усі кути вважати малими. Розміром галактики та зорі знехтувати. Відстань між спостерігачем та галактикою L_1 , зорею та галактикою L_2 (рис. 6).



Рис.6

3.3. Припустимо, що для подальших розрахунків чисельне значення кутового розміру зображення з п.3.2. дорівнює $1,73$ кутових секунди. Нехай тепер спостерігач у тій самій точці рухається зі швидкістю $c/2$ вздовж прямої $C-Z$ у напрямку галактики. $c=3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі.

- Визначити, яким тепер стане **кутовий розмір** зображення зорі для спостерігача в цьому випадку?
- Знайти, у скільки разів внаслідок такого руху зміниться **довжина хвилі**, на яку припадає максимум випромінювання зорі?
- Спробуйте **аргументовано охарактеризувати** зображення зорі, яким його побачить спостерігач, який буде віддалятися від галактики зі швидкістю, максимально наближеною до c ?

Задачі запропонували: Мешков О.Ю., Олійник А.О., Пашко М.І.