

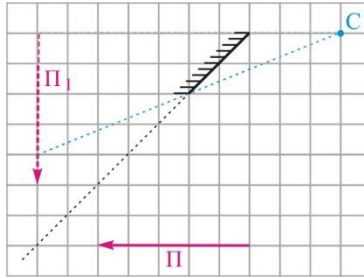
9 клас, II тур

Відповіді

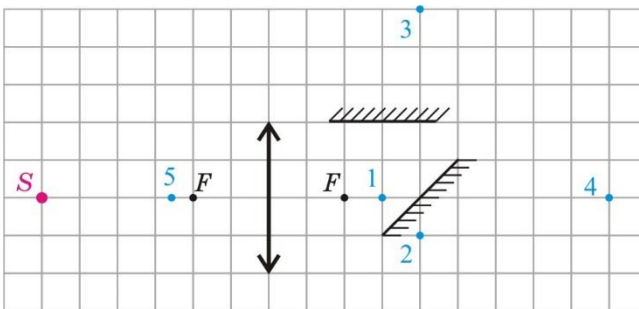
1. У 2,5 раза
2. Між 1,3 і 1,4
3. 80 %
4. Коло діаметром 5 м
5. Від 3 до 4
6. Від 6 до 6,5 см
7. 345
8. 72
9. 45
10. 32
11. 620
12. 225
13. 6
14. 750
15. 25

Короткі розв'язки

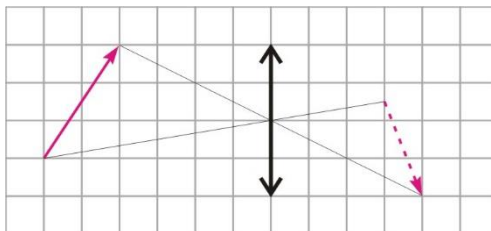
1. Максимальний виграш у силі відповідає максимальному плечу прикладеної сили. Отже, силу слід прикласти до лівого кінця дроту (точки B) перпендикулярно відрізку OB . Довжина цього відрізка й буде максимально можливим плечем сили. Цей відрізок — гіпотенуза прямокутного трикутника з катетами 6 і 8 одиниць (клітинок), тобто в цих одиницях $OB = 10$, що в 2,5 раза більше, ніж плече сили тяжіння вантажу (відрізка OB). Отже, максимальний виграш у силі — в 2,5 раза.
2. Робітник «розв'язує» ту саму «задачу», що й промінь світла у випадку заломлення на межі двох середовищ (відповідно до принципу Ферма світло «вибирає» траєкторію, час поширення якою є мінімальним). Отже, можна просто скористатися кутами падіння та заломлення:
$$N = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$
Скориставшись теоремою Піфагора, з рисунку легко визначити відразу синуси відповідних кутів: $\sin\alpha = 3/5$, $\sin\beta = 4/5$.
Отже, $N = 4/3 \approx 1,33$.
3. Відповідь (80 %) легко побачити з рисунку, на якому Π_1 — зображення предмета Π .



4. Відбиті від дзеркала промені та їх продовження до уявного зображення лампи в дзеркалі утворюють конус, вісь якого є похилою. Оскільки всі паралельні перерізи конусу геометрично подібні, освітлена пляма на арені має форму кола. Вершина конусу (уявне зображення лампи) розташована на висоті 10 м над ареною та на висоті 2 м над дзеркалом. Отже, діаметр світлої плями в 5 разів більший за діаметр дзеркала.
5. На рисунку показані послідовні зображення світної точки, які утворюються після проходження лінзи (1), послідовних відбивань від дзеркал (2, 3, 4) і ще одного проходження лінзи (5). Очевидно, шукана відстань належить інтервалу від 3 до 4. Зазначимо, що після першого проходження через лінзу світло потрапляє тільки на нижнє дзеркало, а вже після цього — на верхнє та знов на нижнє.



6. Див. рисунок. Легко бачити, що відстань між нижньої точки предмета та оптичним центром лінзи трохи перевищує 6 см (точніше, це $\sqrt{37}$ см, що приблизно дорівнює 6,08 см).



7. На момент початку руху «Мерседеса» відстань від нього до «Запорожця» становила $l - 60$, а до «Ланоса» $l - 30$ (тут l — шукана довжина шляху, відстані наводимо в кілометрах, а час — у годинах). Швидкість зближення «Мерседеса» та «Запорожця» (їх відносна швидкість) 180 км/год, а швидкість зближення «Мерседеса» та «Ланоса» — 210 км/год. Час руху «Мерседеса» до цих зустрічей відповідно $t_1 = \frac{l-60}{180}$ і $t_2 = \frac{l-30}{210}$. Оскільки мерседес проїжджає 10 км за $1/12$ години, маємо рівняння $t_1 - t_2 = \pm \frac{1}{12}$ (знак залежить від того, яка зустріч відбувається першою). Звідси знаходимо довжину шляху: (240 ± 105) км. Отже, відповідь 345 км.

Відповідь: 345.

8. Позначимо M, m відповідно маси вантажу та кожного блоку. Разом з вантажем доводиться піднімати й три рухомі блоки. Якщо вантаж піднімаємо на h , то ці блоки піднімаються відповідно на $h, 2h, 4h$. Отже, ККД механізму $\eta = \frac{Mgh}{Mgh + mg(h + 2h + 4h)} = \frac{M}{M + 7m} = 0,72$. **Відповідь:** 72.

9. Різниця температур між повітрям і речовиною всередині склянок практично незмінна. Отже, потужність потоку тепла є однаковою та практично незмінною для обох склянок. Тому час τ процесу пропорційний отримані кількості теплоти: $\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{0,1\lambda m + mc\Delta t}{mc\Delta t} = 1 + \frac{\lambda}{10c\Delta t}$. Звідси $\tau_2 = 45$ хв. **Відповідь** 45.

10. Місткість другої посудини більша в 4 рази. Отже, довжина ребра другого куба більша в $k = 4^{1/3} \approx 1,59$ рази. Необхідна для повного танення льоду кількість теплоти Q пропорційна об'єму льоду, тобто k^3 , а потужність P потоку тепла — площі поверхні посудини, тобто k^2 . Час танення льоду $t = \frac{Q}{P}$ пропорційний k . Отже, для другої посудини він більший у k разів і приблизно дорівнює 32 хвилини. **Відповідь** 32.

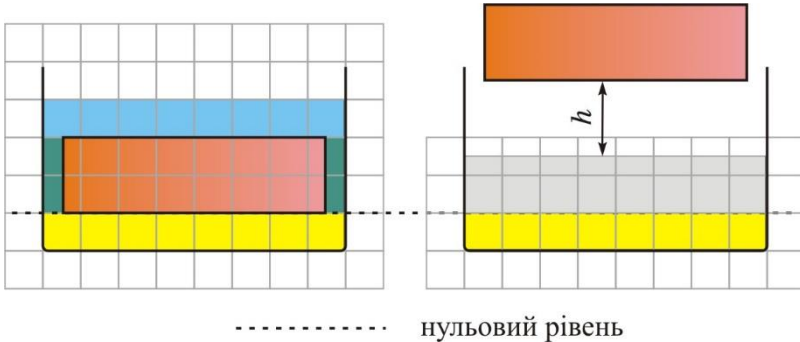
11. Під час кантування потрібно лише повернути кубик на 45° , далі він рухатиметься сам. Таким чином, потрібно підняти центр кубика (він є й центром тяжіння) на $h = a(\sqrt{2} - 1)/2$, де a — довжина ребра куба. Відповідна робота $A = (mg - F_A)h$, де $F_A = \rho_{\text{пов}}ga^3$ — сила Архімеда з боку повітря (у даному випадку кубик настільки легкий, що сила Архімеда порівнянна з силою тяжіння).

Отже, $A = ga(m - \rho_{\text{пов}}a^3)(\sqrt{2} - 1)/2 \approx 0,621$ Дж ≈ 620 мДж.

Відповідь: 620.

12. Найзручніше скористатися законом збереження енергії (за наведених припущень можна вважати, що зберігається механічна енергія). Від початкового моменту до моменту найбільшого підйому циліндра

відбувається просто перетворення потенціальної енергії рідини в потенціальну енергію циліндра (адже частина води під час спливання циліндра опускається). Якщо густина рідини ρ , площа основи посудини S , а $b = 10$ см, то об'єм циліндра $3bS/2$, а його маса $m = \rho bS/2$. Після виходу циліндра з рідини її рівень понизиться на $1,5b$ (див. рисунок). «Зелений» і «блакитний» шари рідини (масою відповідно $\rho bS/2$ і ρbS) утворюють тепер один «сірий» шар масою $3\rho bS/2$.

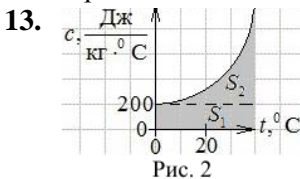


Нехай нульовий рівень відліку висоти збігається з початковим положенням нижньої грані циліндра. Нагадаємо, що потенціальна енергія тіла залежить від висоти його центра тяжіння. Тоді ми можемо записати:

$$mgb + \rho bS/2 \cdot gb + \rho bS \cdot g \cdot 2,5b = mg(h + 2,5b) + 3\rho bS/2 \cdot g \cdot 0,75b.$$

Звідси отримуємо $h = \frac{9}{4}b = 225$ мм. **Відповідь:** 225.

Значимо, що в реальній ситуації далеко не вся вивільнена енергія переходить у кінетичну енергію циліндра, а потім у його потенціальну енергію. Значна частка енергії переходить у кінетичну енергію рідини.



Див. рис. 2. $Q = m \cdot S$, де S – площа під графіком $c(t)$.

$$S = S_2 + S_1 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \left(1000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} - 200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot 40^\circ\text{C} +$$

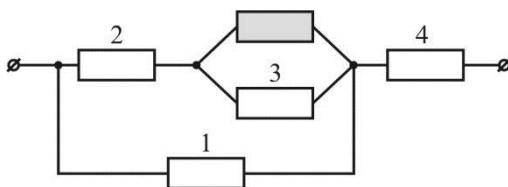
$$+ 200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 40^\circ\text{C} \approx 1,488 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}, \text{ тоді}$$

$$Q = 0,4 \text{ кг} \cdot 1,488 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \approx 6 \text{ кДж}.$$

Відповідь: 6.

14. На рисунку наведено еквівалентну схему кола. З неї бачимо, що сила струму в «сірому» резисторі дорівнює I_3 , $I_2 = 2I_3$. Якщо опір кожного резистора r , то напруга на резисторі 1 дорівнює $3I_3r$, тому $I_1 = 3I_3$. Сила струму в резисторі 4: $I_4 = I_1 + I_2 = 5I_3$. З формули $P = I^2r$

впливає, що потужність струму в резисторі 4 у 25 разів перевищує потужність у «сірому» резисторі, тобто становить 750 мВт.



Відповідь: 750.

15. Можна вважати, що дзеркало «додає» ще одне таке саме джерело світла, розташоване на висоті 4 м (це уявне зображення реального джерела світла). Відстань цього «додаткового» джерела від підлоги вдвічі більша за відстань реального джерела від підлоги. Оскільки освітленість від точкового джерела обернено пропорційна квадрату відстані до нього, «додаткова» освітленість становить $\frac{1}{4}$ від початкової. Отже, освітленість збільшиться на 25 %.

Відповідь: 25.