

ЗАДАЧІ ФІЗИЧНОГО МАРАФОНУ

8 КЛАС

II тур

Задача 1

Неуважний фізик, йдучи рівномірно по берегу вздовж струмка проти його течії, тримав у руках капелюх. Зачепившись капелюхом за кущ, фізик впустив капелюх у воду, але не помітив цього і продовжив рух в тому ж напрямі з тією ж швидкістю. Через 15 хв після цього фізик помітив втрату капелюха, розвернувся і пішов вздовж течії струмка, не змінюючи своєї швидкості. Через певний час фізик наздогнав капелюх, але на 1,5 км нижче за течію від куща, біля якого загубив капелюх. Знайдіть швидкість руху фізика, якщо швидкість струмка постійна на всіх ділянках і дорівнює 2 км/год. Відповідь запишіть в кілометрах за годину (км/год)

Відповідь: 6 км/год

Розв'язання:

Позначимо швидкість фізика u . Фізик рухався $t=15$ хв $=0,25$ год, до моменту коли помітив втрату і ще $t=0,25$ год до моменту, коли знову дійшов до куща, де втратив капелюх. Від куща до місця де знайшов капелюх минув час T і фізик подолав шлях $L=1,5$ км. А течія річки, швидкість якої $v=2$ км/год за час $(2t+T)$ знесла капелюх на цю ж відстань L . Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} L = uT \\ L = v(2t + T) \Rightarrow T = \frac{L - 2vt}{v} \end{cases}$$

$$\text{Отже, } u = \frac{L}{T} = \frac{vL}{L - 2vt} = 6 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

Відповідь: $u=6$ км/год

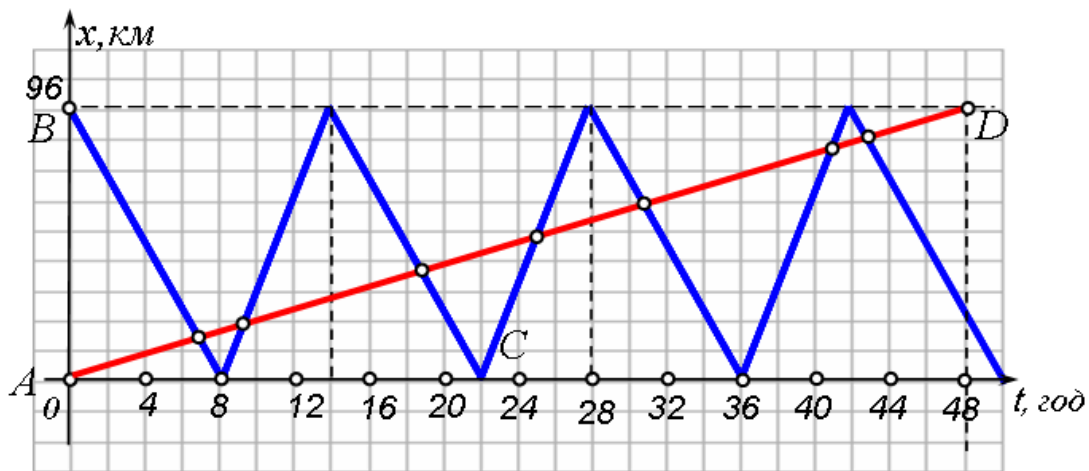
Задача № 2

Між пунктами A та B , відстань між якими 96 км, курсує пароплав. Власна швидкість пароплава 14 км/год. Течія річки направлена від A до B , а її швидкість 2 км/год. У той момент часу, коли пароплав почав рух з пункту B , з пункту A вирушив пліт. Знайдіть кількість зустрічей пароплава і плота. Швидкості пароплава та ріки стали на всіх ділянках шляху. Час зупинок пароплава не враховувати.

Відповідь: 7

Розв'язання:

Дана задача може бути розв'язана і з використанням законів руху, і за допомогою графіків. Більш наочний і швидкий результат дає саме графічний підхід. Рухаючись від B до A , проти течії, швидкість пароплава відносно берега 12 км/год, отже, на подолання 96 км йому знадобиться 8 год. При русі вздовж течії від A до B швидкість пароплава відносно берега 16 км/год і на подолання 96 км знадобиться 6 год. Таким чином пароплав здійснить один рейс за 14 год. Пліт, який рухається відносно берега зі швидкістю течії 2 км/год на подолання відстані від A до B витратить 48 год. Побудуємо в одній системі координат графіки руху плота і пароплава для проміжку часу 48 год (див рис.)



Кількість точок перетину графіків - це і є кількість зустрічей пароплава і плота. З рисунка видно, що їх буде 7.

Відповідь: 7

Задача № 3

Ведуча зірка велосипеда обертається з частотою 30 об/хв і має 50 зубців (рис. 1). Яку кількість зубців повинна мати ведена зірка велосипеда (див рис), щоб велосипед рухався зі швидкістю 6,28 м/с? Ведена зірка нерухомо скріплена з заднім колесом і має з ним спільну вісь обертання. Радіус заднього колеса велосипеда 40 см. Колесо велосипеда не проковзує по поверхні землі під час руху. Прийняти $\pi = 3,14$.

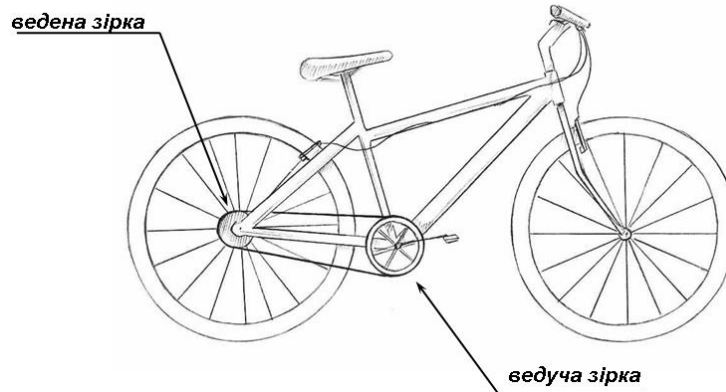


Рис. 1

Відповідь: 10

Розв'язання:

Частота обертання заднього колеса ν_1 і веденої зірки однакові, оскільки вони скріплені між собою нерухомо і мають спільну вісь обертання. Оскільки велосипед рухається без проковзування, отже, швидкість руху велосипеда і лінійна швидкість руху по колу точок ободу заднього колеса однакові і дорівнюють $v = 6,28$ м/с. Враховуючи, що радіус колеса $R = 0,4$ м, знайдемо частоту обертання колеса і веденої зірки:

$$\nu_1 = \frac{v}{2\pi R} = 2,5 \frac{\text{об}}{\text{с}} = 150 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$$

Враховуючи, що лінійні швидкості зубців веденої і ведучої зірки однакові отримаємо

$$L_1 \nu_1 = L_2 \nu_2$$

Де L_1 та L_2 - довжини кіл обода веденої та ведучої зірки відповідно. Позначивши відстань між сусідніми зубцями L_0 , кількість зубців веденої зірки N_1 , а ведучої $N_2 = 50$, можемо записати попередню рівність так

$$L_0 N_1 \nu_1 = L_0 N_2 \nu_2 \quad \text{звідки} \quad N_1 = \frac{N_2 \nu_2}{\nu_1} = \frac{50 \cdot 30 \frac{\text{об}}{\text{хв}}}{150 \frac{\text{об}}{\text{хв}}} = 10$$

Відповідь: $N_1 = 10$

Задача № 4

Два бруски масами $m_1=2$ кг та $m_2=3$ кг лежать на горизонтальній поверхні (рис. 2). Коефіцієнт тертя між кожним бруском і поверхнею $\mu=0,2$. Бруски з'єднані невагомою і нерозтяжною ниткою, яка у натягнутому стані паралельна поверхні стола. До бруска m_2 прикладають силу $F=8$ Н. Знайдіть силу тертя, що діє на брусок масою m_1 . Відповідь запишіть в ньютонках (Н). При розрахунках прийняти $g=10$ Н/кг.

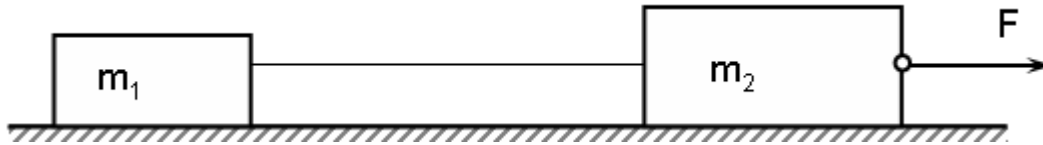
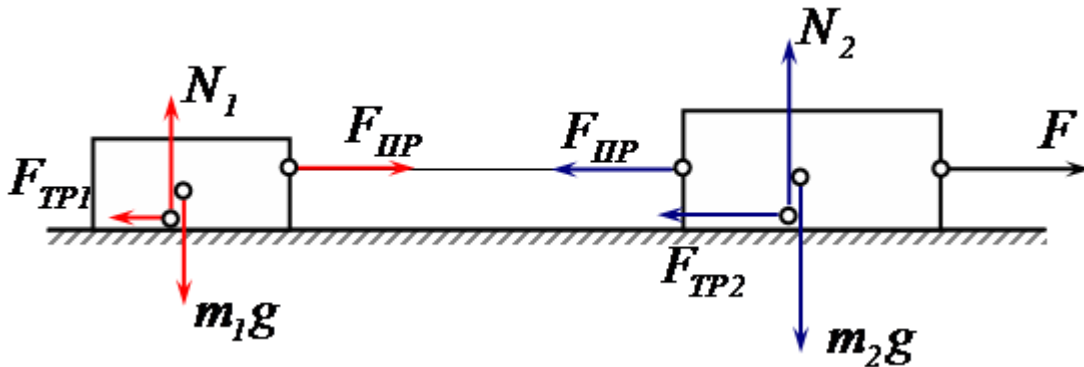


Рис.2

Відповідь: 2 Н

Розв'язання:

Розставивши сили, які діють на кожне з тіл (див рис) знайдемо максимальну силу тертя (силу тертя ковзання), яка діятиме на кожне з тіл під час руху: $F_{TP1} = \mu m_1 g = 4$ Н; $F_{TP2} = \mu m_2 g = 6$ Н. Отже, щоб зрушити систему брусків з місця знадобиться горизонтальна сила тяги 10 Н. В нашому випадку, на систему діє сила тяги 8 Н, отже, система рухатись НЕ буде. Сили 8 Н достатньо, щоб зрушити з місця брусок m_2 , але не достатньо, щоб зрушити обидва бруски.



Оскільки бруски перебувають у спокої, отже, рівнодійна сил, що діють на кожен з брусків рівна нулю. Розпишемо рівнодійну сил, що діють на брусок m_2 :

$$R_2 = F_{TP2} + F_{ПП} - F = 0 \Rightarrow F_{ПП} = F - F_{TP2} = F - \mu m_2 g = 2 \text{ Н}$$

Сила тертя, що діє на брусок m_2 буде максимальною 6 Н, оскільки сила тяги 8 Н. Цієї сили тяги достатньо, щоб зрушити цей брусок з місця і натягнути нитку силою 2 Н.

Розпишемо рівнодійну сил, що діють на брусок m_1 :

$$R_1 = F_{TP1} - F_{ПП} \Rightarrow F_{ПП} = F_{TP1} = 2 \text{ Н}$$

Сила тертя, що діє на брусок m_1 - це сила тертя спокою. Ця сила тертя спокою буде меншою за максимально можливу, яка дорівнює 4 Н.

Відповідь: 2 Н

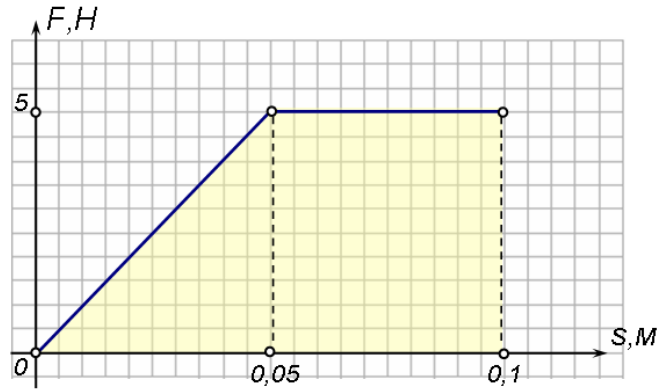
Задача № 5

У озері плаває однорідний шматочок корка, що має форму кубика зі стороною 10 см. Корок плаває так, що дві грані кубика паралельні поверхні води. Яку мінімальну роботу необхідно виконати, щоб підняти кубик так, щоб нижня грань була на висоті 5 см над поверхнею води. Густина корка 500 кг/м^3 , густина води 1000 кг/м^3 , $g=10 \text{ Н/кг}$. Відповідь запишіть в міліджоулях (мДж).

Відповідь: 375 мДж

Розв'язання:

Щоб робота виконана по підніманню кубика була мінімальною, кубик потрібно виймати рівномірно. Сила тяжіння, що діє на кубик дорівнює 5 Н. Оскільки густина кубика у два рази менша за густину води, то кубик плаватиме у воді і буде занурений наполовину своєї висоти. Щоб вийняти кубик з води слід перемістити його центр мас на висоту 5 см, прикладаючи при цьому вертикально вгору силу, яка буде лінійно змінюватись від 0 до 5 Н.



При переміщенні кубика на наступні 5 см потрібно прикласти до нього постійну силу, направлену вертикально вгору, яка рівна силі тяжіння кубика - 5 Н. Щоб знайти загальну роботу зручніше всього побудувати графік прикладеної сили F від переміщення s (див рис.) Згідно властивості цього графіка, площа фігури, яка обмежена графіком, віссю Os та перпендикулярами, опущеними на цю вісь чисельно рівна роботі. Дана фігура (на рисунку виділена жовтим кольором) є прямокутною трапецією, отже, робота

$$A = \frac{0,05\text{ м} + 0,1\text{ м}}{2} \cdot 5\text{ Н} = 375\text{ мДж}$$

Відповідь: $A=375 \text{ мДж}$

Задача № 6

Для нагрівання води іноді пропонують встановлювати на лійки кранів спеціальні електричні водонагрівачі. Відомо, що витрата води, яка витікає з крана, 12 л/хв, а її температура 10 °С. На кран встановили такий водонагрівач потужністю 1,68 кВт і такої ж площі поперечного перерізу. Знайдіть температуру води, яка витікатиме з крана при ввімкненні водонагрівача. Густина води 1000 кг/м³, питома теплоємність води 4200 Дж/(кг °С). Теплообміном з оточуючим середовищем при нагріванні води знехтувати. Відповідь запишіть в градусах Цельсія (°С)

Відповідь: 12 °С

Розв'язання:

Витрата води - це об'єм, який витікає з крана за одиницю часу: $\gamma = \frac{V}{t} = 12 \frac{\text{л}}{\text{хв}} = 0,0002 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$.

Вода буде нагріватись, поки тектиме по нагрівнику, тому: $cm(t - t_0) = P\tau$ (1), де m - маса води, що нагрівається при протіканні через нагрівник; $t_0 = 10^\circ\text{C}$ - температура води, що втікає у нагрівач; t - температура води, що витікає з нагрівача, τ - час протікання води по нагрівачу. Маса води, яка нагрівається може бути знайдена як: $m = \rho V = \rho \cdot \gamma \cdot \tau$ (2). Підставивши вираз

(2) в (1), отримаємо: $c\rho\gamma\tau(t - t_0) = P\tau$ звідки $t = \frac{P}{c\rho\gamma} + t_0 = 12^\circ\text{C}$

Відповідь: $t=12^\circ\text{C}$.

Задача № 7

При запалюванні сірник притискають до коробочки з постійною силою 17,5 Н і переміщують рівномірно на відстань 5 см. Коефіцієнт тертя сірника об коробочку 0,8. При цьому сірка на кінчику сірника нагрівається від 20 °С до 170 °С. Питома теплоємність сірки 700 Дж/(кг °С), маса частини сірки, яка контактує з коробком, 2 мг. За цими даними визначте ККД процесу нагрівання сірки. Відповідь запишіть у відсотках (%).

Відповідь: 30 %

Розв'язання:

ККД - це відношення корисної роботи до затраченої. Корисною в даному випадку є механічна робота, яка перетворюється у внутрішню енергію сірки: $A_K = Q = cm(t - t_0)$, де c - питома теплоємність сірки, m - маса сірки на сірнику; $t = 170^\circ\text{C}$, $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Отже, $A_K = Q = cm(t - t_0) = 0,21 \text{ Дж}$.

Затрачена робота - це робота виконана по переміщенню сірника по коробці проти сили тертя:

$$A_3 = F_{\text{тр}}s = \mu Fs = 0,7 \text{ Дж}$$

$$\text{Тоді ККД сірника: } \eta = \frac{A_K}{A_3} \cdot 100\% = 30\%$$

Відповідь: $\eta=30\%$

Задача № 8

Лід масою 1 кг, початкова температура якого $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, занесли до теплої кімнати. Графік залежності потужності P , яку тіло передає навколишньому середовищу, від температури t цього тіла показаний для даної кімнати на рисунку 3. Знайдіть час, за який внесений шматок льоду розплавиться і нагріється до кімнатної температури. Вважайте, що температура у кімнаті підтримується завжди сталою. Питому теплоту плавлення льоду прийняти рівною 330 кДж/кг ; питома теплоємність води $4200\text{ Дж/(кг }^{\circ}\text{C)}$. Відповідь запишіть у хвилинах (хв).

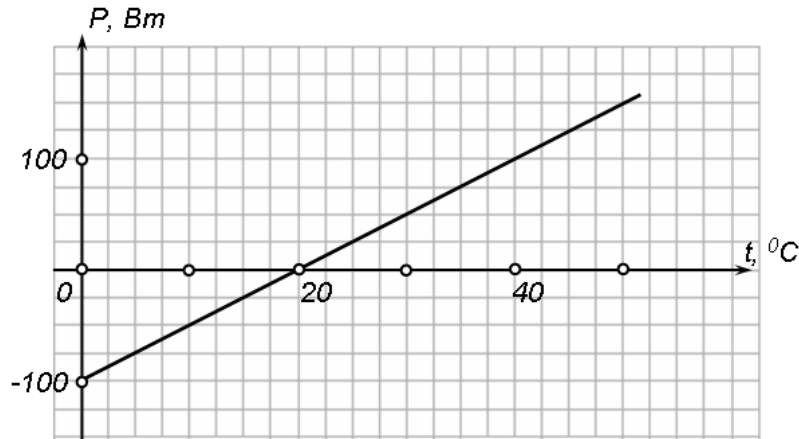


Рис. 3

Відповідь: 83 хв

Розв'язання:

З графіка слідує, що потужність тепловіддача при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ складає $(-100)\text{ Вт}$. Це означає, що під час плавлення потужність отриманого льодом тепла складає $P_1=100\text{ Вт}$. Отже, час танення

льоду τ_1 можна знайти з рівняння: $\lambda m = P_1 \tau_1$, звідки $\tau_1 = \frac{\lambda m}{P_1} = 3300\text{ с} = 55\text{ хв}$.

З графіка знаходимо, що температура повітря у кімнаті $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, оскільки при цій температурі потужність тепловіддачі дорівнює нулю, так як тіло і кімната перебувають у тепловій рівновазі. При нагріванні льодяної води від $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ потужність теплообміну змінюється лінійно від 100 Вт до 0 . Оскільки залежність потужності тепловіддачі від температури тіла лінійна, вважатимемо, що під час усього процесу нагрівання потужність приймає середнє значення $P_2=50\text{ Вт}$. Тоді час нагрівання льодяної води можна знайти з

рівняння: $cm(t - t_0) = P_2 \tau_2 \Rightarrow \tau_2 = \frac{cm(t - t_0)}{P_2} = 1680\text{ с} = 28\text{ хв}$. Отже, загальний час танення

льоду і нагрівання води до кімнатної температури 83 хв .

Відповідь: $\tau=83\text{ хв}$.

Задача № 9

Якими будуть покази амперметра у колі, яке зображено на рис. 4. Опори резисторів, вказані на рисунку вважати відомими. Напруга на клеммах джерела 36 В. Опором амперметра та з'єднувальних провідників знехтувати. Відповідь запишіть в амперах (А).

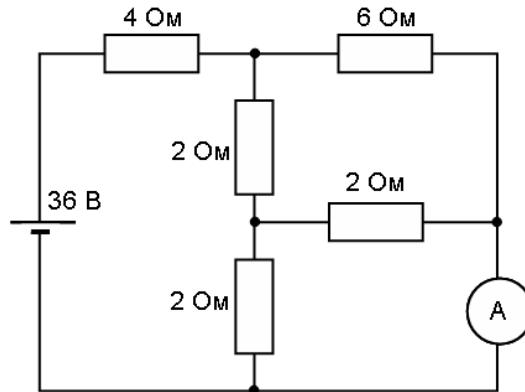
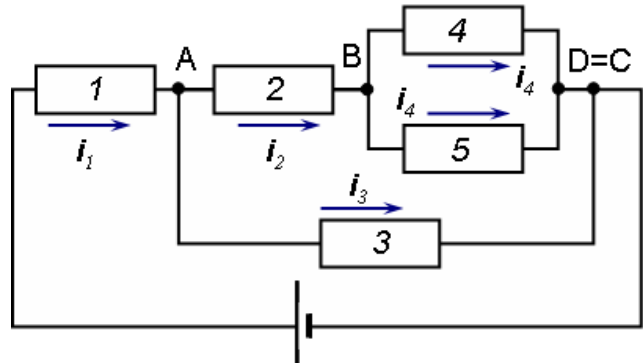
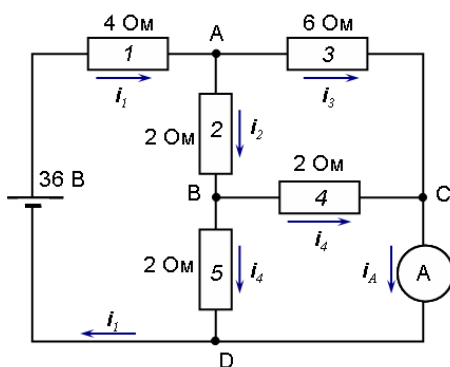


Рис. 4

Відповідь: 4 А

Розв'язання:

Розставивши струми, які течуть у колі і пронумерувавши резистори можна замінити дану схему еквівалентною (див. рис). З рисунка видно, що струм, який тече через амперметр можна знайти як $i_A = i_4 + i_3 = i_1 - i_4$.



З рисунка слідує, що повний опір кола $R = 6 \text{ Ом}$, тоді $i_1 = \frac{U}{R} = 6 \text{ А}$. Опір ділянки ABD у два рази менший за опір резистора R_3 , тому у вузлі А струм розділиться у співвідношенні $i_2 = \frac{2}{3} i_1 = 4 \text{ А}$ та $i_3 = \frac{1}{3} i_1 = 2 \text{ А}$. У вузлі В струм розділиться на дві рівні частини, оскільки попри резисторів R_4 та R_5 однакові: $i_4 = \frac{1}{2} i_2 = 2 \text{ А}$. Отже, амперметр покаже силу струму $i_A = i_4 + i_3 = 4 \text{ А}$.

Відповідь: $i_A = 4 \text{ А}$

Задача № 10

Учень 8-го класу проводить лабораторну роботу по визначенню питомої теплоти плавлення льоду. У посудині знаходиться вода при температурі $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, в якій плаває шматок льоду. Лід повністю занурений під воду та утримується у такому положенні за допомогою тонкої нитки, один кінець якої вмерз у лід, а інший - прикріплений до дна посудини. Посудину поміщують на нагрівник постійної потужності та через рівні проміжки часу вимірюють об'єм речовини у посудині. Графік залежності об'єму речовини V у посудині (в літрах) від часу τ (в хвиликах) показаний на рисунку 5. Яке значення питомої теплоти плавлення льоду отримав учень? Питома теплоємність води $4200\text{ Дж}/(\text{кг }^{\circ}\text{C})$, густина води $\rho_{\text{в}}=1000\text{ кг}/\text{м}^3$, густина льоду $\rho_{\text{л}}=900\text{ кг}/\text{м}^3$. Теплообміном з посудиною та оточуючим середовищем, тепловим розширенням води знехтувати, атмосферний тиск нормальний. Вважайте, що під час нагрівання води від $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ випаровування відсутнє. Вважайте, що під час усього процесу плавлення лід повністю занурений під воду. Відповідь запишіть в кілоджоулях на кілограм (кДж/кг).

Відповідь: $\lambda=320\text{ кДж/кг}$

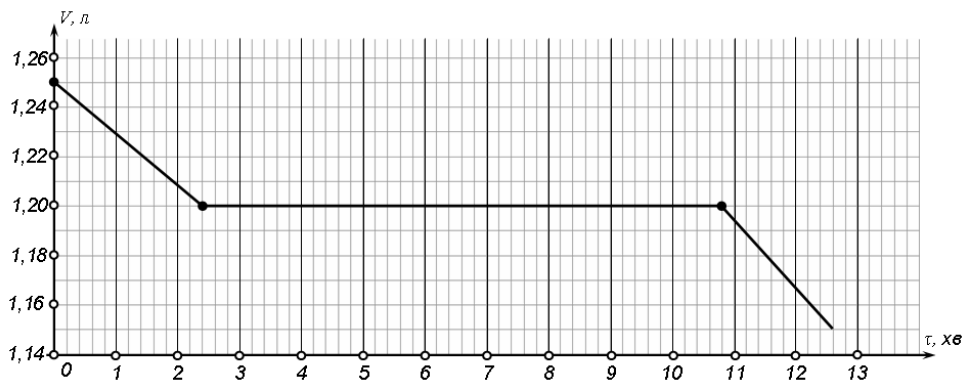


Рис. 5

Розв'язання:

Перша похила ділянка графіка відповідає процесу плавлення льоду. Зменшення об'єму вмісту калориметра обумовлене тим, що об'єм льоду більший ніж об'єм води, яка утвориться після танення цього льоду. Знайдемо масу льоду $m_{\text{л}}$ та води $m_{\text{в}}$ у посудині в початковий момент часу.

Початковий об'єм вмісту калориметра: $V_1 = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} + \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}}$ (1), де $V_1 = 1,25 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$ (згідно

графіка). Об'єм вмісту калориметра після повного розплавлення льоду: $V_2 = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} + \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}}$ (2), де

$V_2 = 1,20 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$ (згідно графіка). Знайшовши різницю виразів (1) та (2) знайдемо масу льоду:

$$m_{\text{л}} = \frac{\rho_{\text{в}} \rho_{\text{л}} (V_1 - V_2)}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} = 0,45\text{ кг}, \text{ тоді початкова маса води } m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} V_2 - m_{\text{л}} = 0,54\text{ кг}.$$

З графіка слідує, що плавлення льоду відбувалось протягом $\tau_1 = 2,4\text{ хв} = 144\text{ с}$. Для процесу плавлення льоду запишемо рівняння теплового балансу, позначивши P - потужність нагрівника: $\lambda m_{\text{л}} = P \tau_1$ (3)

Ділянка графіка, яка паралельна осі $O\tau$ відповідає процесу нагрівання води масою $m = (m_{\text{л}} + m_{\text{в}}) = 1,2\text{ кг}$ від $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ до кипіння $t = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Згідно графіка, процес нагрівання тривав $\tau_2 = 10,8\text{ хв} - 2,4\text{ хв} = 8,4\text{ хв} = 504\text{ с}$ Для процесу нагрівання запишемо рівняння теплового балансу: $cm(t - t_0) = P \tau_2$ (4). Поділивши рівності (3) та (4) знайдемо питому теплоту плавлення

$$\text{льоду: } \lambda = \frac{cm(t - t_0) \tau_1}{m_{\text{л}} \tau_2} = 320 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Відповідь: $\lambda=320\text{ кДж/кг}$

Задача № 11

У басейн з водою опущені дві довгі тонкі трубки, площі поперечного перерізу яких $S_1=2 \text{ дм}^2$ та $S_2=12 \text{ дм}^2$. Трубки закриті невагомими поршнями такої ж площі, які лежать на поверхні води в кожній з трубок. Тертя між поршнями та внутрішніми поверхнями трубок відсутнє. За допомогою невагомих блоків та невагомих і довгих нерозтяжних ниток поршні з'єднані з вантажем масою $m=24 \text{ кг}$, який утримують у спокої. На рисунку 6 показано положення системи у початковий момент часу. Потім вантаж починають повільно відпускати. Знайдіть висоту, на яку опуститься вантаж, перш ніж зупиниться. Густина води $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$. Прийняти $g=10 \text{ Н/кг}$. Тертя в осі блоків при переміщенні відсутнє. Нитки прикріплені до поршнів. Відповідь запишіть у сантиметрах (см).

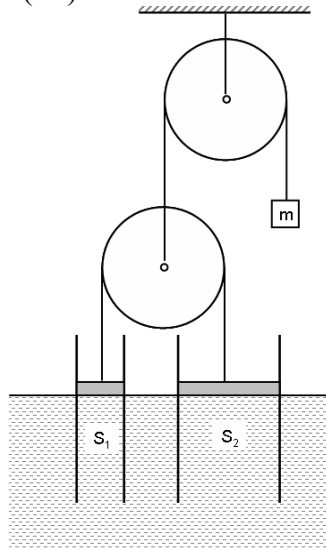


Рис. 6

Відповідь: $h=35 \text{ см}$.

Розв'язання:

Зобразимо систему у стані, коли вантаж не утримують і вся система перебуває у стані спокою (див. рис.). Оскільки блок 2 нерухомий, то $F_2=mg$. З умови рівноваги рухомого блоку 1 слідує, що

$$F_1 = \frac{F_2}{2} = \frac{mg}{2}.$$

Оскільки сили, що діють на поршні однакові, тоді і маси води, які піднімуться за кожним із поршнів над поверхнею будуть однакові: $m_B = \rho S_1 h_1 = \rho S_2 h_2$ звідки

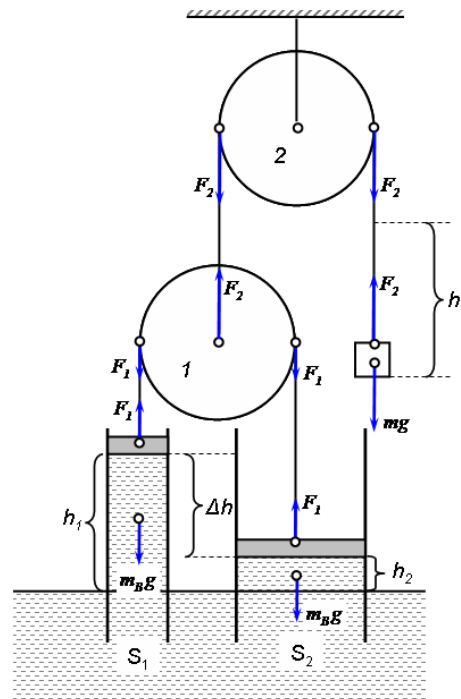
$$h_1 = \frac{S_2 h_2}{S_1} = 6 h_2.$$

З умови рівноваги кожного з поршнів слідує, що $F_1 = m_B g$. Підставивши значення F_1 та розписавши масу води $m_B = \rho S_2 h_2$, яка піднялась за поршнем, отримаємо $\frac{mg}{2} = \rho S_2 h_2 g$, звідки

$$h_2 = \frac{m}{2\rho S_2} = 0,1 \text{ м}. \text{ Тоді, } h_1 = 6h_2 = 0,6 \text{ м}.$$

Оскільки блок 1 рухомий, то його переміщення становить $h = h_2 + \frac{h_1 - h_2}{2} = 0,35 \text{ м}$ і це переміщення дорівнює переміщенню вантажу m .

Відповідь: $h=35 \text{ см}$.



Задача № 12

Два циліндричні вантажі 1 та 2 однакової висоти $h=10$ см, масами m_1 та m_2 ($m_2=2*m_1$) і густинами $\rho_1=0,6$ г/см³ та $\rho_2=0,4$ г/см³ підвішені за допомогою довгої невагомої нерозтяжної нитки, що перекинута через нерухомий блок. Нижня основа вантажу 1 перебуває на висоті $h=10$ см над дном пустої посудини (див. рис. 7). В посудину наливають повільно воду. Густина води $\rho_0=1$ г/см³. Знайдіть висоту рівня води у посудині, коли вантажі будуть занурені у воду на однакову глибину. Відповідь запишіть в сантиметрах (см).

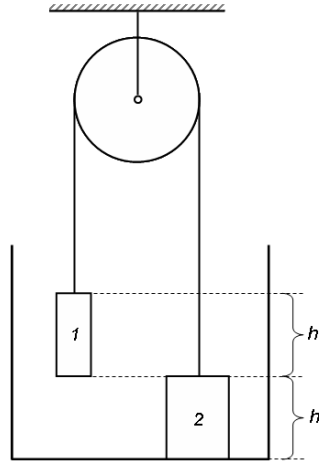


Рис. 7

Відповідь: $H=8$ см.

Розв'язання:

Розглянемо випадок, коли обидва вантажі занурені у воду на однакову глибину. Оскільки вантажі з'єднані ниткою, яка перекинута через нерухомий блок, то обидва вантажі перемістяться на висоту $h/2$ і будуть занурені у воду на однакову висоту L . Отже, висота рівня води у посудині $H=L+h/2$. Щоб знайти L запишемо умову рівноваги для кожного з вантажів:

для першого: $F_{\text{ПР}} = m_1 g - F_{A1}$ (1)

для другого: $F_{\text{ПР}} = m_2 g - F_{A2} = 2m_1 g - F_{A2}$ (2)

Оскільки вантажі з'єднані ниткою, яка перекинута через нерухомий блок, то сили натягу нитки $F_{\text{ПР}}$, які діють на кожен вантаж, однакові, тоді з рівностей (1) та (2) отримаємо:

$$m_1 g - F_{A1} = 2m_1 g - F_{A2}$$

Розписавши сили Архімеда, які діють на кожен з вантажів, і звівши подібні, отримаємо :

$$\rho_0 g S_2 L - \rho_0 g S_1 L = m_1 g$$
 (3)

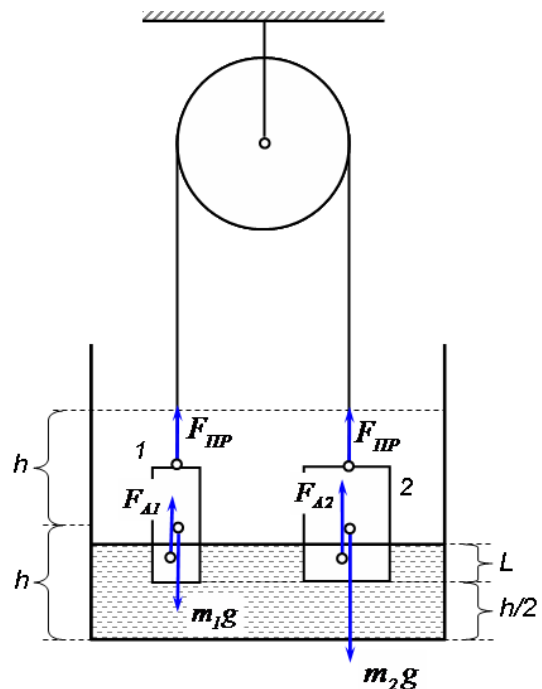
Розпишемо S_1 та S_2 , використовуючи густини речовин важків:

$$S_1 = \frac{m_1}{\rho_1 h}$$
 (4) та $S_2 = \frac{m_2}{\rho_2 h} = \frac{2m_1}{\rho_2 h}$ (5)

Підставимо (4) та (5) в (3): $\rho_0 g L \frac{2m_1}{\rho_2 h} - \rho_0 g L \frac{m_1}{\rho_1 h} = m_1 g$ звідки $L = \frac{h \rho_1 \rho_2}{\rho_0 (2 \rho_1 - \rho_2)} = 0,3h$.

Отже, висота наливої рідини: $H = L + 0,5h = 0,8h = 8$ см.

Відповідь: $H=8$ см.



Задача № 13

Система, зображена на рис. 8, складається з двох однорідних стержнів однакового поперечного перерізу, які виготовлені з одного і того ж матеріалу, чотирьох невагомих нерозтяжних ниток і вантажу масою 800 г. Визначте масу довшого стержня, якщо система знаходиться в рівновазі, стержні горизонтальні. Довжини усіх чорних та білих смуг на рисунку рівні. Відповідь запишіть у грамах (г)

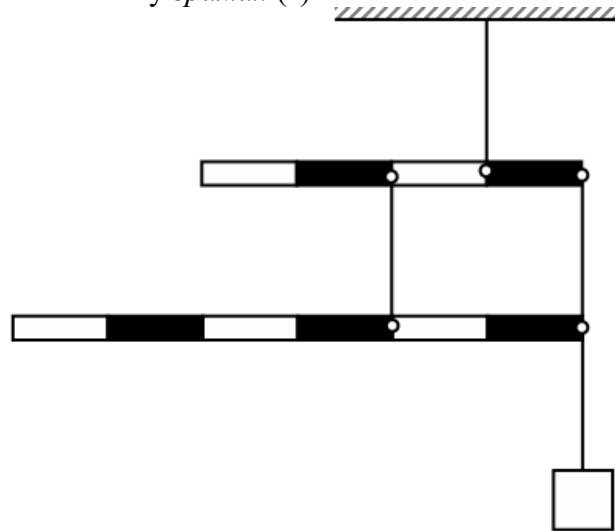


Рис. 8

Відповідь: $m_1=300$ г

Розв'язання:

На рисунку зображені сили, які діють у системі. Запишемо рівняння моментів для стержня 1 відносно точки O_1 :

$$m_2gL + F_3L = F_2L, \text{ звідки } m_2g + F_3 = F_2 \quad (1)$$

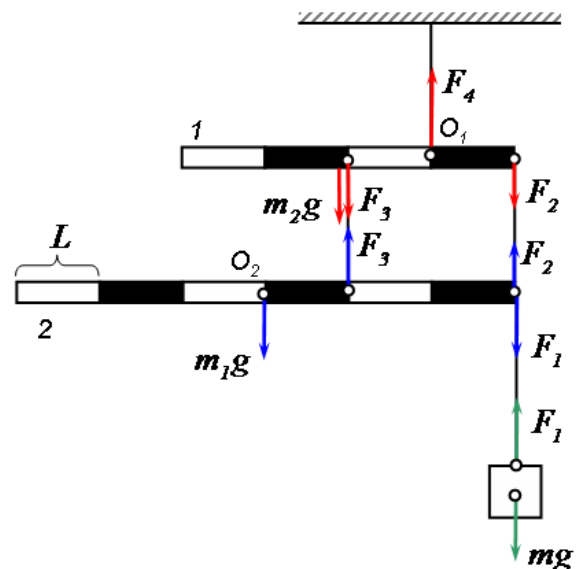
Запишемо рівняння моментів для стержня 2 відносно точки O_2 :

$$F_3L + F_2 \cdot 3L = F_1 \cdot 3L, \text{ звідки } F_2 = \frac{3F_1 - F_3}{3} \quad (2).$$

Враховавши, що $F_1=mg$, з умови рівноваги важка, прирівняємо (1) та (2):

$$m_2g + F_3 = \frac{3mg - F_3}{3} \text{ звідки } F_3 = \frac{3mg - 3m_2g}{4} \quad (3),$$

$$\text{тоді } F_2 = m_2g + F_3 = \frac{3mg + m_2g}{4} \quad (4)$$



Оскільки стержень 2 перебуває у рівновазі, то рівнодійна сил, які на нього діють, рівна нулю:

$$m_1g + F_1 = F_3 + F_2 \quad (5)$$

$$\text{Підставимо (3) та (4) в (5): } m_1g + mg = \frac{3mg - 3m_2g}{4} + \frac{3mg + m_2g}{4} \text{ звідки } 2m_1 + m_2 = m \quad (6)$$

Враховавши, що стержні зроблені з одного матеріалу та мають однакову площу поперечного

$$\text{перерізу маємо: } \rho = \frac{m_1}{S6L} = \frac{m_2}{S4L}, \text{ звідки } m_2 = \frac{2}{3}m_1 \quad (7). \text{ Підставимо (7) в (6): } 2m_1 + \frac{2}{3}m_1 = m$$

$$\text{звідки } m_1 = \frac{3m}{8} = 300 \text{ г}$$

Відповідь: $m_1=300$ г

Задача № 14

Невагома вертикальна пружина довжиною 13 см і жорсткістю 1 кН/м верхнім кінцем нерухомо прикріплена до стелі. До нижнього кінця пружини підвішують маленьку заряджену кульку масою 1 кг і переводять систему у стан рівноваги. Якщо біля верхнього краю пружини помістити таку ж кульку з таким самим зарядом, то в стані рівноваги видовження пружини зросте у два рази. Знайдіть модуль заряду кульки. Система перебуває у вакуумі. Стала Кулона $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$. Відповідь запишіть в мікрокулонах (мкКл).

Відповідь: $q=5 \text{ мкКл}$

Розв'язання:

З умови рівноваги кульки у першому випадку: $F_{\text{пр1}} = mg$. Розписавши силу пружності за законом Гука, отримаємо:

$$k\Delta x_1 = mg, \text{ звідки } \Delta x_1 = \frac{mg}{k} = 1 \text{ см}$$

З умови рівноваги кульки у другому випадку: $F_{\text{пр2}} = mg + F_{\text{ел}}$. Розпишемо силу пружності за законом Гука, а електричну силу - за законом Кулона:

$$k2\Delta x_1 = mg + \frac{Kq^2}{(L_0 + 2\Delta x_1)^2}$$

Підставивши $k\Delta x_1 = mg$

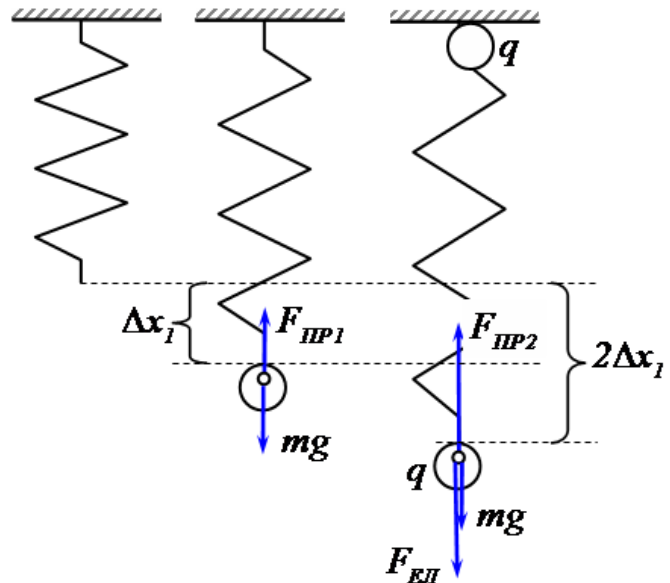
$$mg = \frac{Kq^2}{(L_0 + 2\Delta x_1)^2},$$

звідки

$$q^2 = \frac{mg \cdot (L_0 + 2\Delta x_1)^2}{K} = 25 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2$$

$$q = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

Відповідь: $q=5 \text{ мкКл}$



Задача № 15

Один кінець довгої горизонтальної невагомої пружини жорсткістю 10 Н/м закріпили нерухомо, а до іншого приєднали невелику кульку масою 100 г, яка може без тертя ковзати по горизонтальній спиці (рис. 9). У початковий момент часу пружина недеформована. Кульці поштовхом надають початкової швидкості 0,5 м/с у горизонтальному напрямі. Після чого кулька починає здійснювати вільні незатухаючі коливання з періодом 0,6 с. Знайдіть шлях, пройдений кулькою за перші 6 хв, які минули від моменту поштовху. Відповідь запишіть в метрах (м).

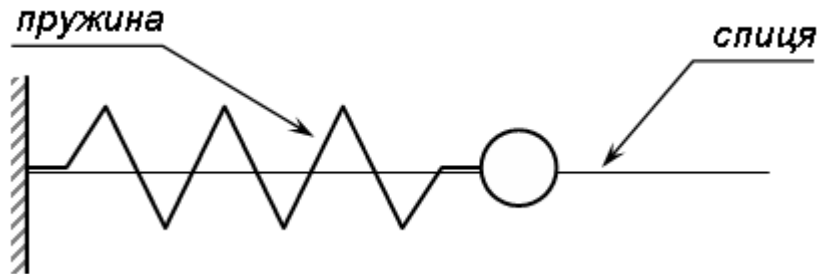


Рис.9

Відповідь: $L=120$ м

Розв'язання:

Розглянемо два стани кульки: 1 - момент поштовху; 2 - стан, коли кулька зупинилась в амплітудному положенні, а пружина стиснулась (або розтягнулась). При русі на кульку діють лише сили пружності пружини і спиці та сила тяжіння. Отже, повна механічна енергія кульки при переході із стану 1 в 2 залишається сталою. Повна механічна енергія в стані 1:

$$E_1 = E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}$$

Повна механічна енергія в стані 2:

$$E_2 = E_{\text{потенц}} = \frac{kA^2}{2}$$

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2}{2}, \text{ звідки } A^2 = \frac{mv^2}{k} = 0,0025 \text{ м}^2$$

Отже, $A=0,05$ м - це максимальне зміщення кульки від положення рівноваги, тобто амплітуда коливань. За одне повне коливання кулька долатиме чотири амплітуди $L_1 = 4A = 0,2$ м. З формули періоду коливань знайдемо кількість повних коливань кульки за 6 хв: $N = \frac{t}{T} = \frac{360 \text{ с}}{0,6 \text{ с}} = 600$. Шлях пройдений за 600 коливань: $L = NL_1 = 120$ м.

Відповідь: $L=120$ м

